



# Рекурсивная графика

Рекурсия и фракталы

Тузова Ольга Алексеевна  
Школа 550, Санкт-Петербург

# Что такое рекурсия?

**Рекурсия— это определение множества объектов через само это множество на основе заданных простых базовых случаев**

**Множество натуральных чисел:**

- 1) 1 – это натуральное число.
- 2) Если  $N$  – натуральное число, то  $N + 1$  – натуральное число

**Множество чисел Фибоначчи:**

- 1)  $F_1 = F_2 = 1$
- 2)  $F_N = F_{N-1} + F_{N-2}$ , для  $N > 2$

**Факториал  $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N$ :**

- 1)  $N! = 1$ , для  $N = 0$
- 2)  $N! = (N - 1)! \cdot N$ , для  $N > 1$

**Степень числа 2:  $2^N$**

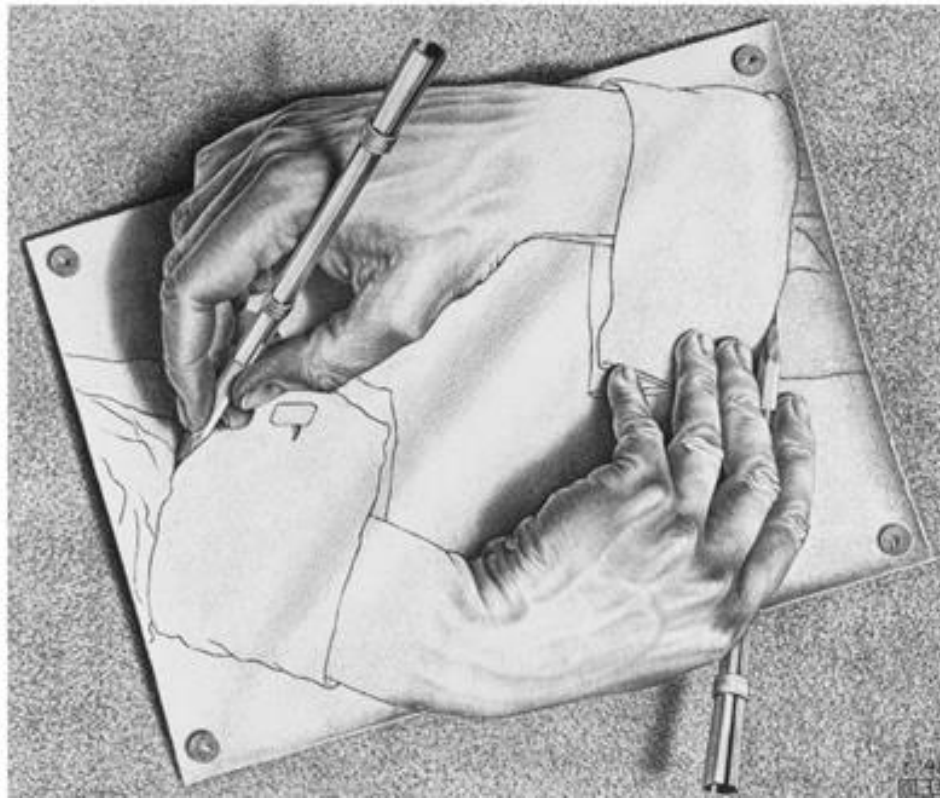
- 1)  $2^N = 1$ , для  $N = 0$
- 2)  $2^N = 2 * 2^{N-1}$ , для  $N > 0$

*Определения понятий соответствуют данным в учебнике  
К. Ю. Поляков, Е. А. Ерёмин «Информатика 10-11» (2022)*

# Что такое рекурсия?



# Что такое рекурсия?



"Рисующие руки" М. С. Эшер. Литография, 1948

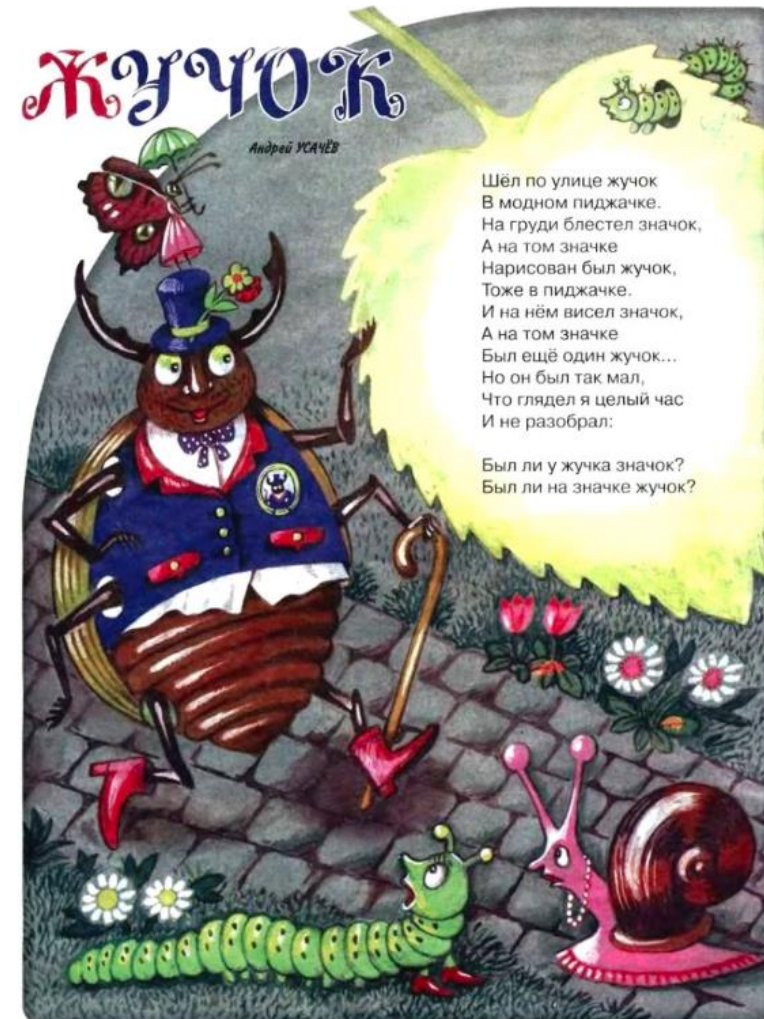


# Что такое рекурсия?

С. Я. Маршак «Дом, который построил Джек»

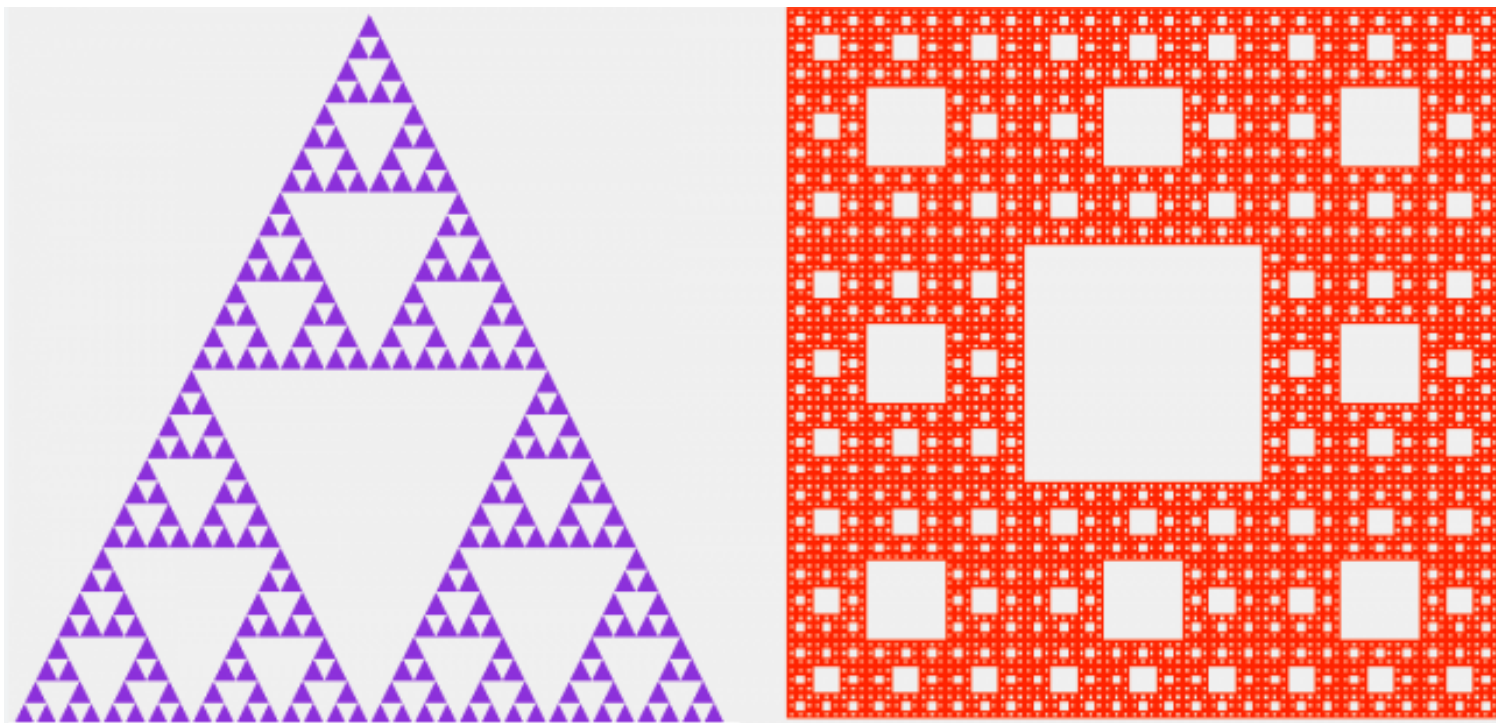


[Ссылка на источник](#)



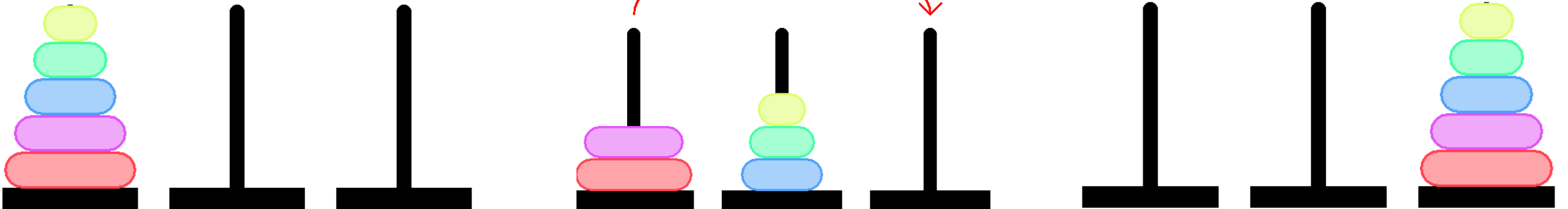
[Ссылка на источник](#)

# Что такое рекурсия?



# Что такое рекурсия?

Старинная задача – «Ханойские башни»



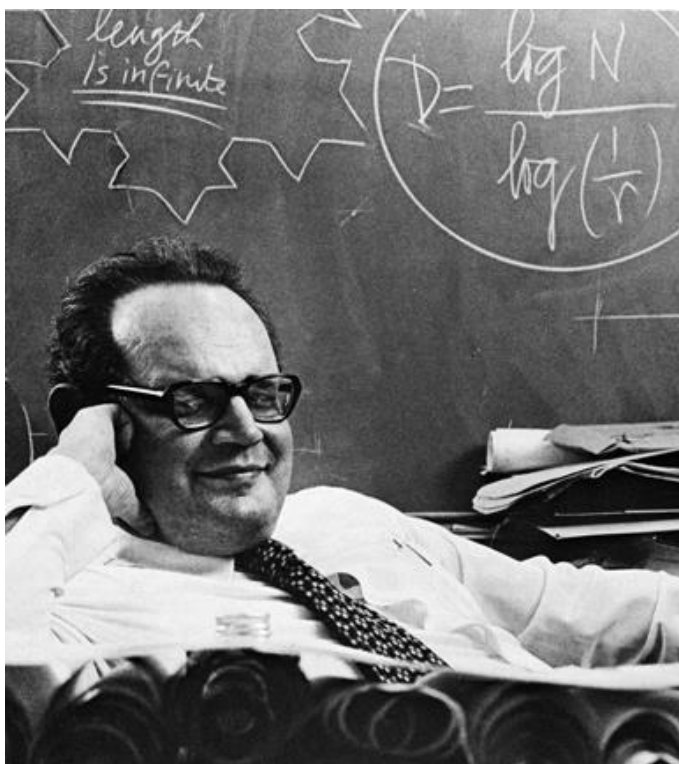
[Ссылка на источник](#)



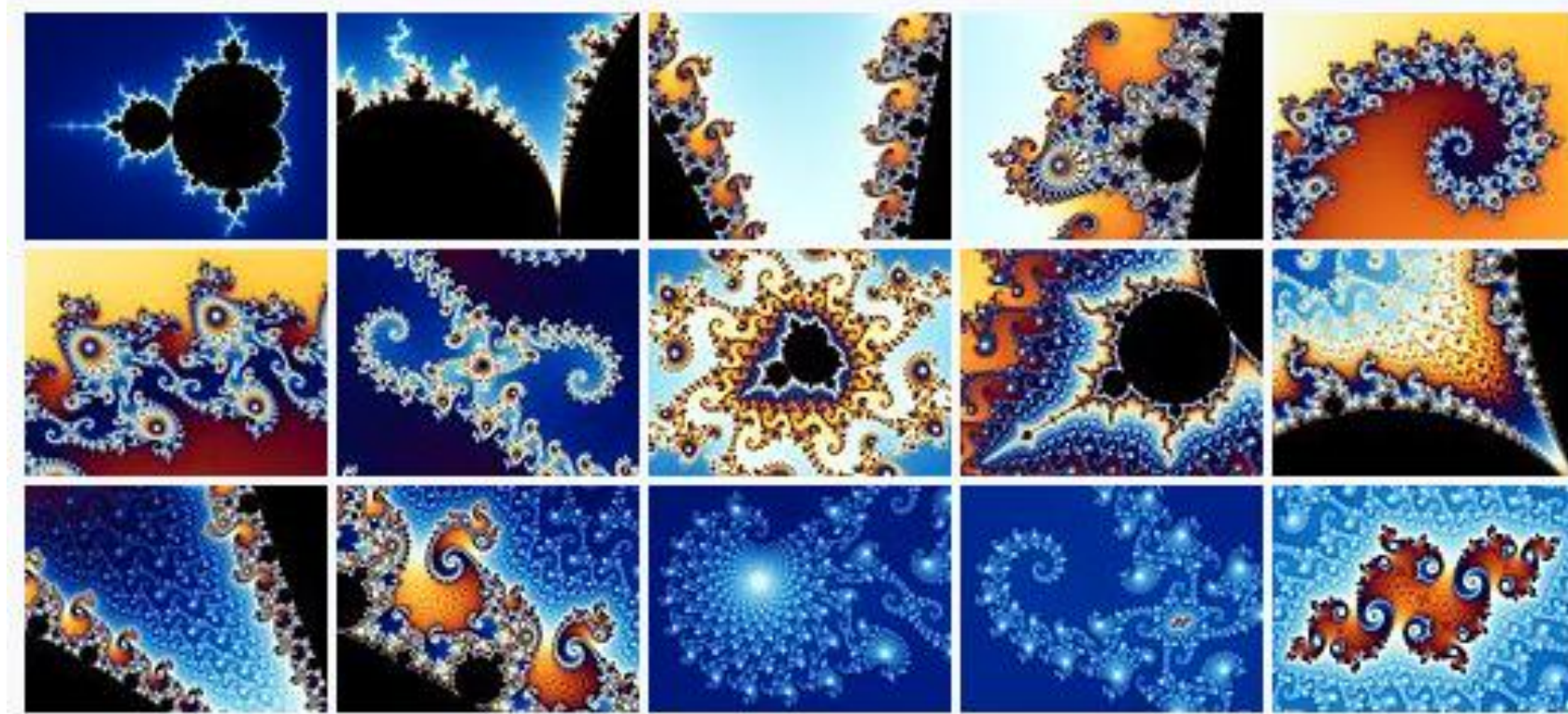
Анимация: André Karwath aka [Aka](#) . Собственная работа



# Рекурсивные объекты - фракталы



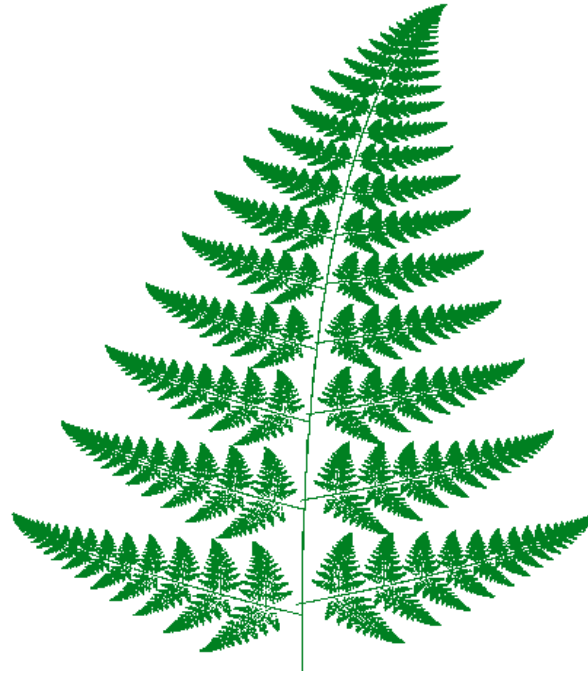
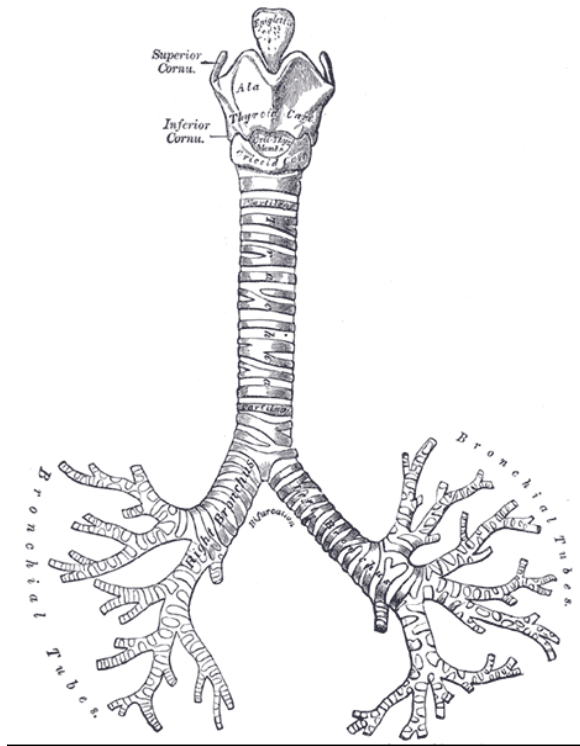
Бенуа Мандельброт - французский и американский математик, создатель фрактальной геометрии



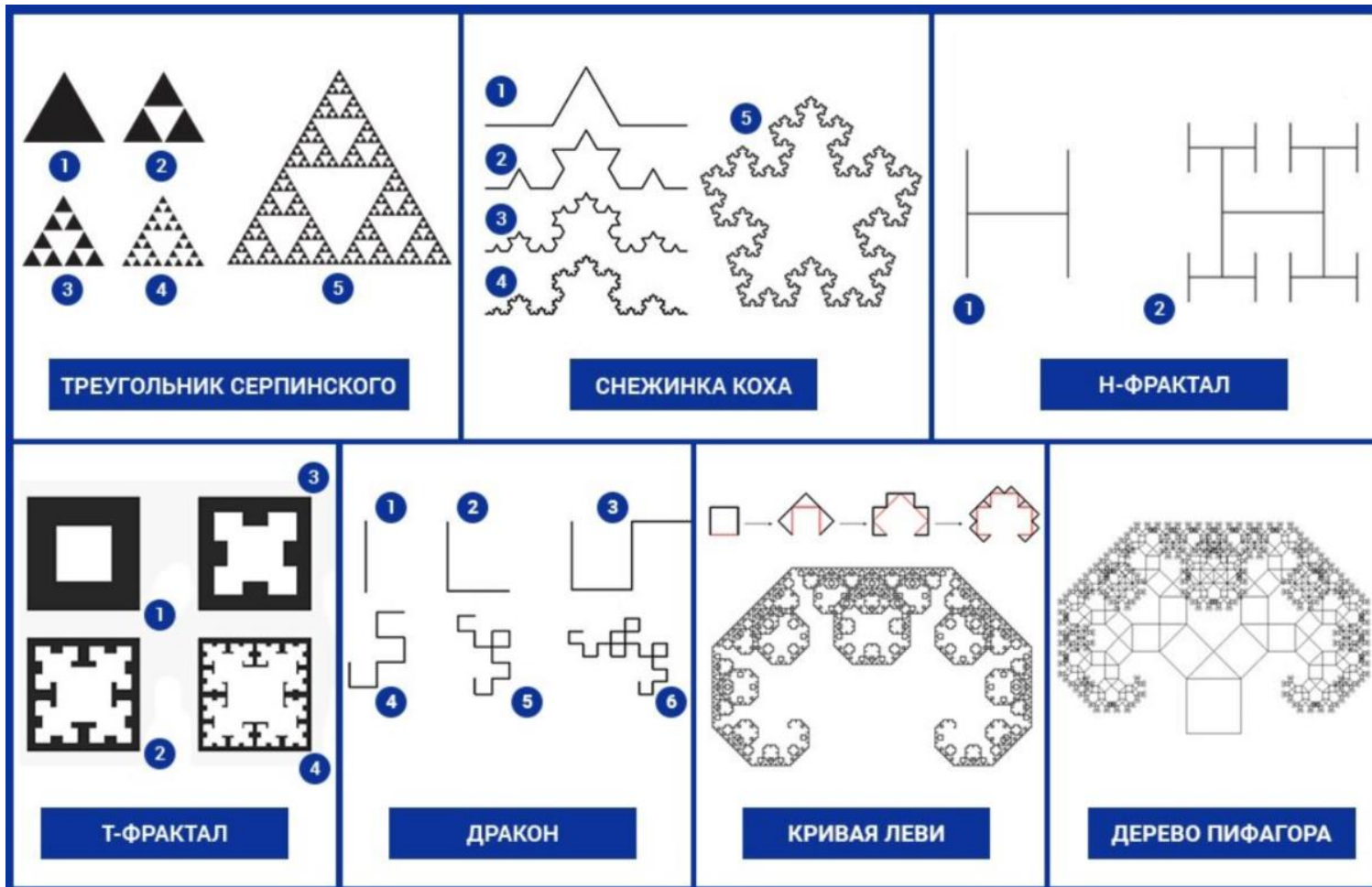
Фрактал (лат. fractus — дроблёный, сломанный, разбитый) — множество, обладающее свойством самоподобия (объект, в точности или приближённо совпадающий с частью себя самого)



# Фракталы в природе



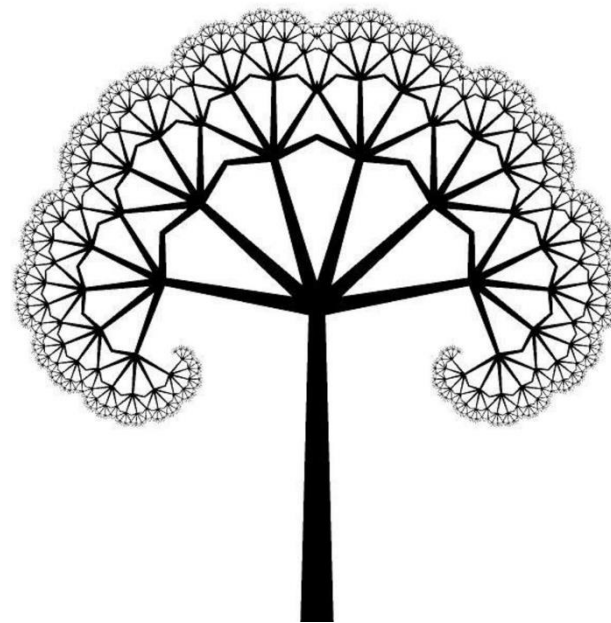
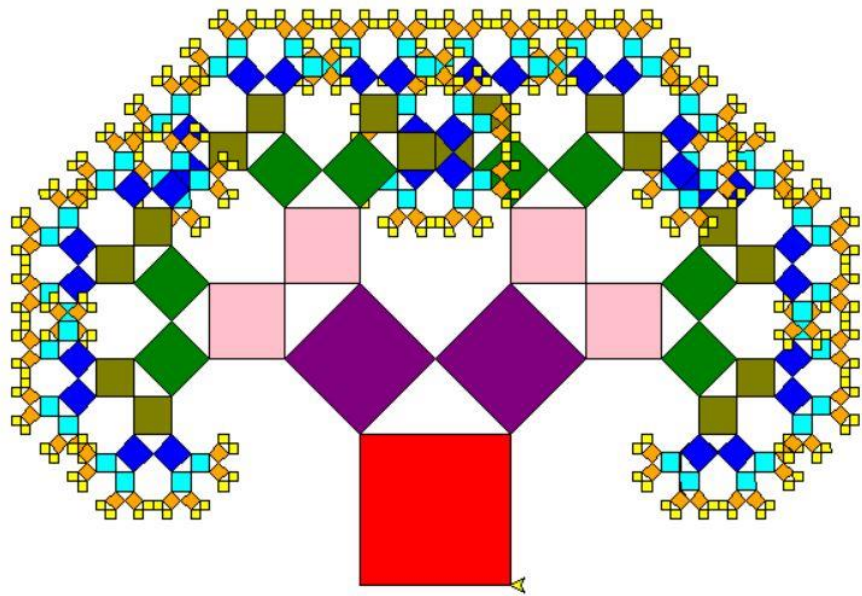
# Фракталы в компьютерной графике



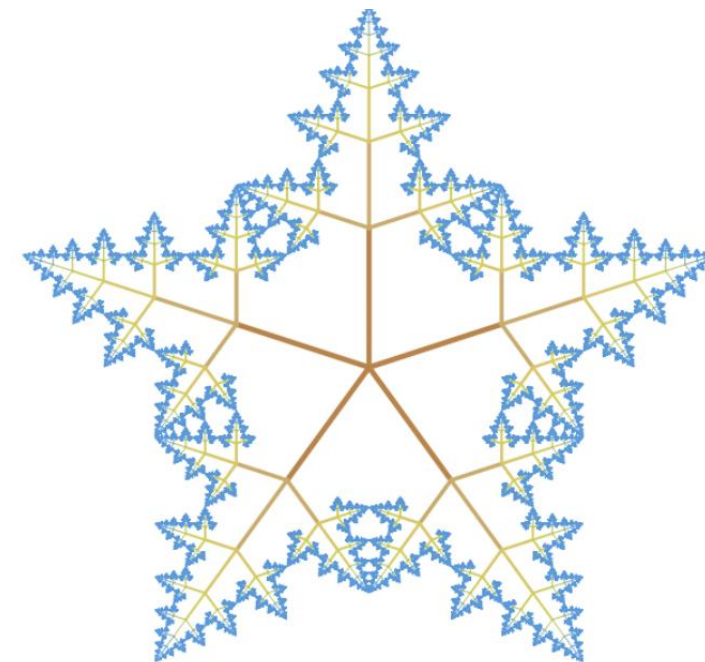
Геометрические фракталы

[Источник](#)

# Фракталы в компьютерной графике



[Источник](#)

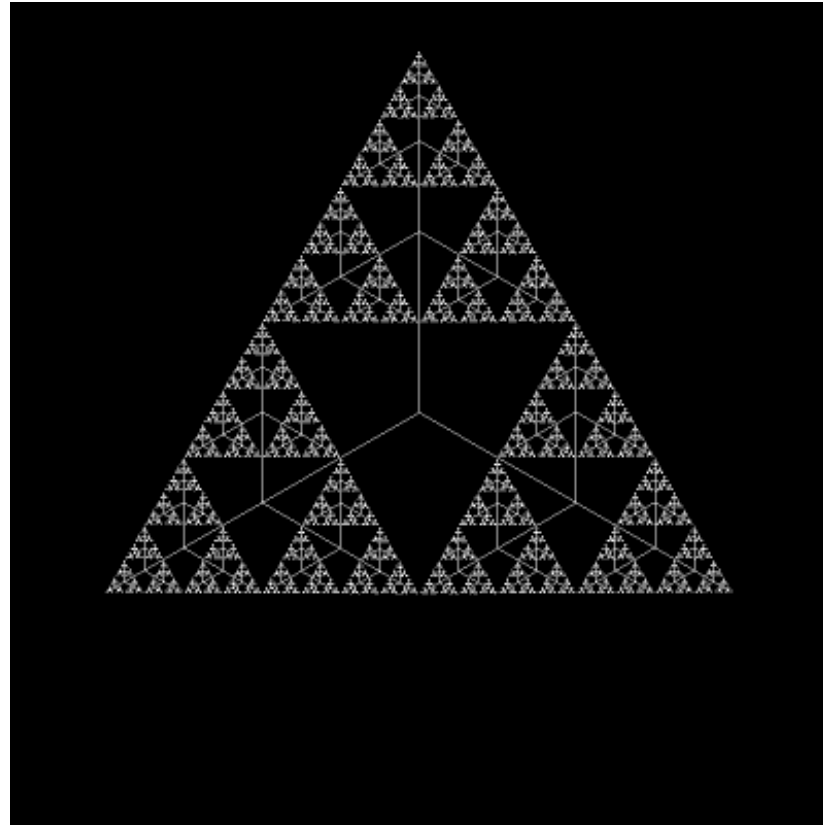


[Источник](#)

Геометрические фракталы «Деревья»



# Фракталы в компьютерной графике (анимация)



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fractal\\_tree.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fractal_tree.gif)

# Фрактальные антенны

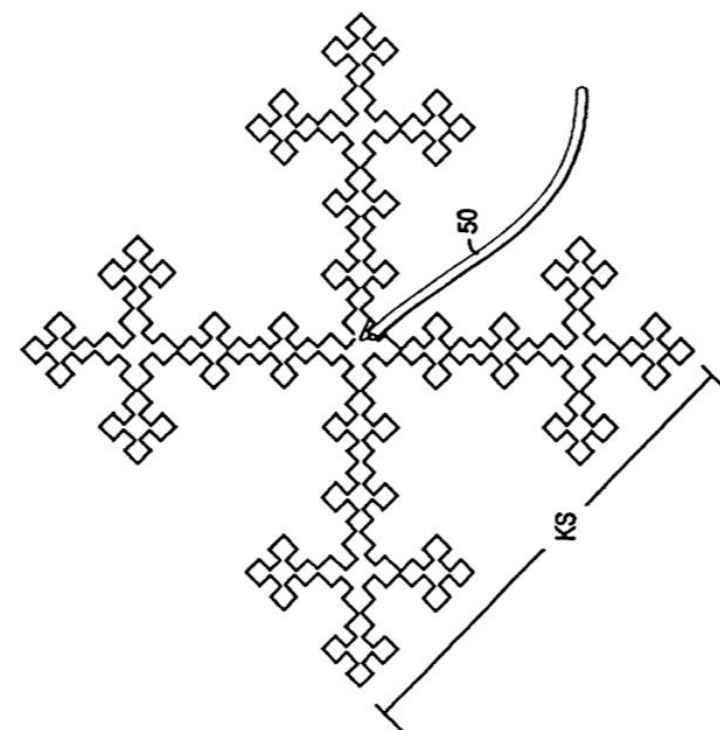
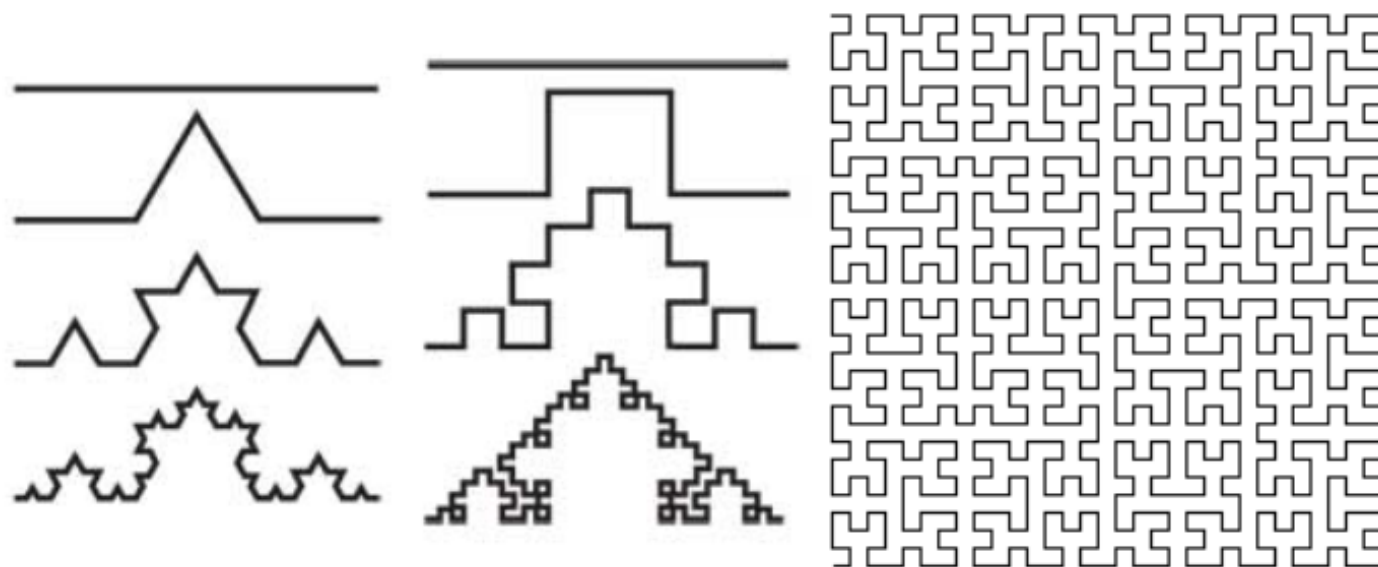
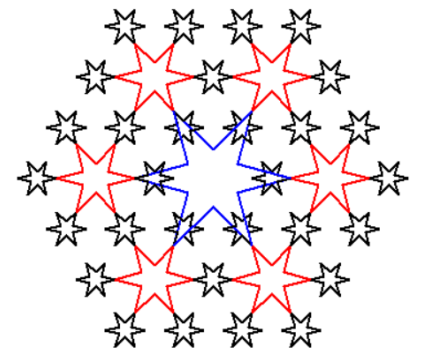
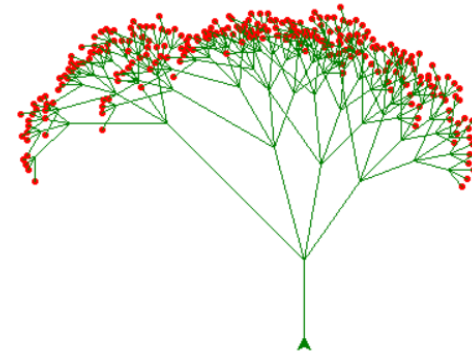
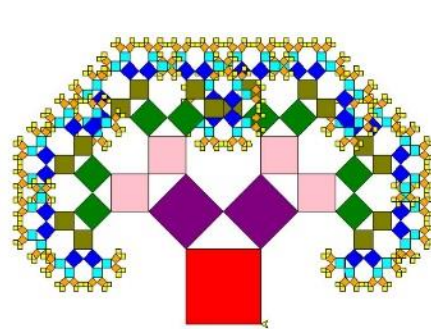
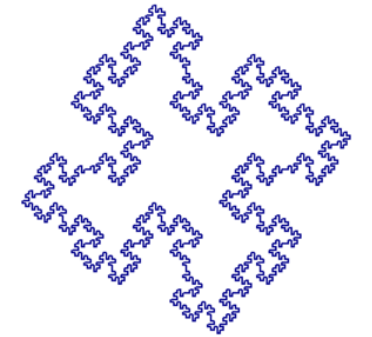
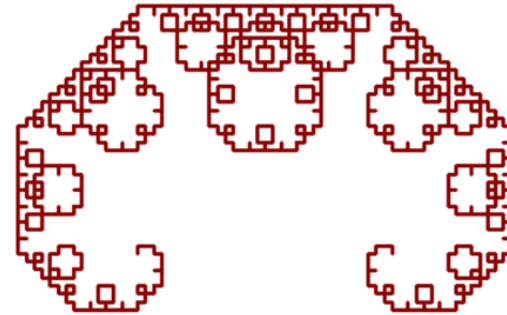
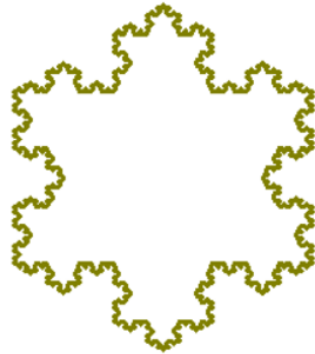
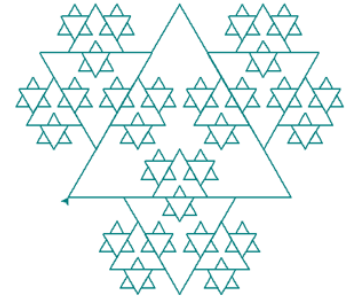
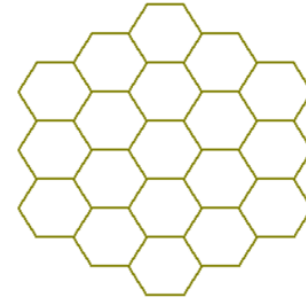
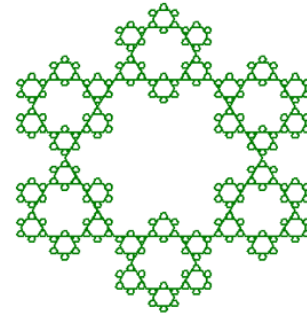
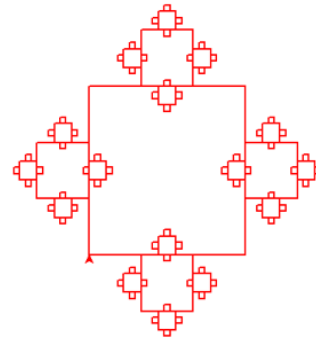


FIGURE 7E

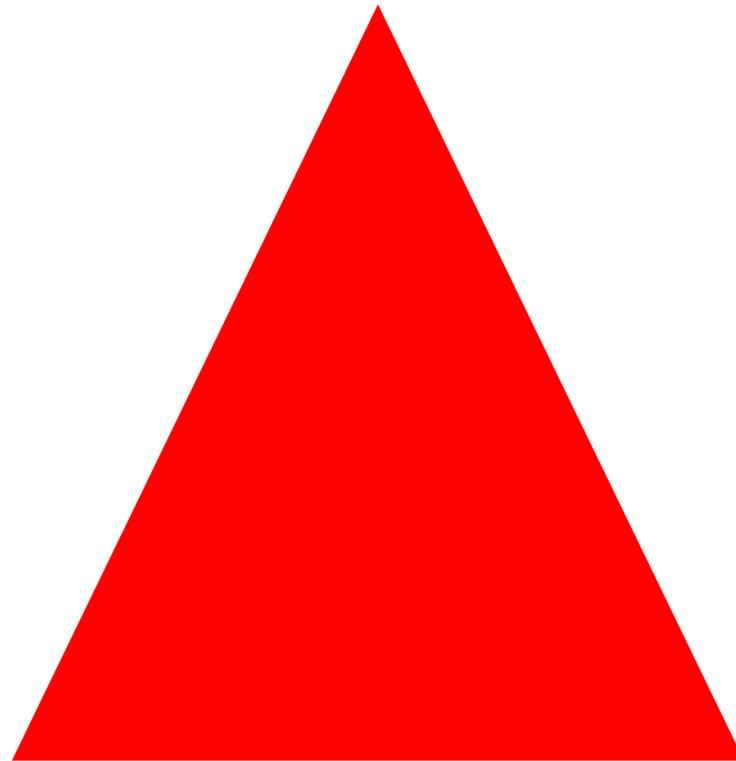
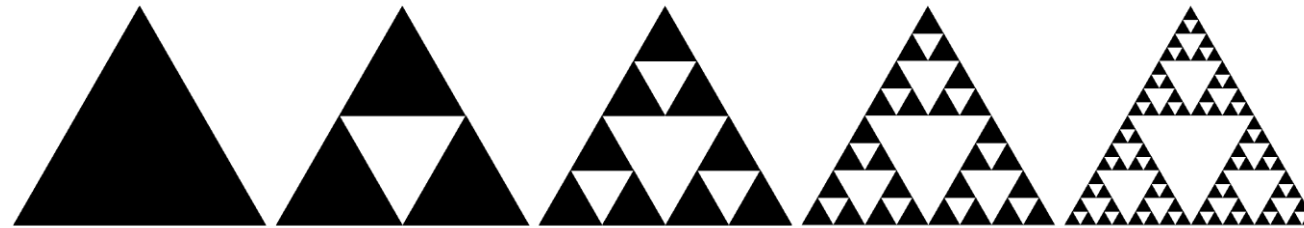
В конструкции фрактальных антенн использованы фрактальные структуры, чтобы максимизировать их эффективную длину либо увеличить периметр.

# ПРАКТИКА





# Треугольник Серпинского (анимация)

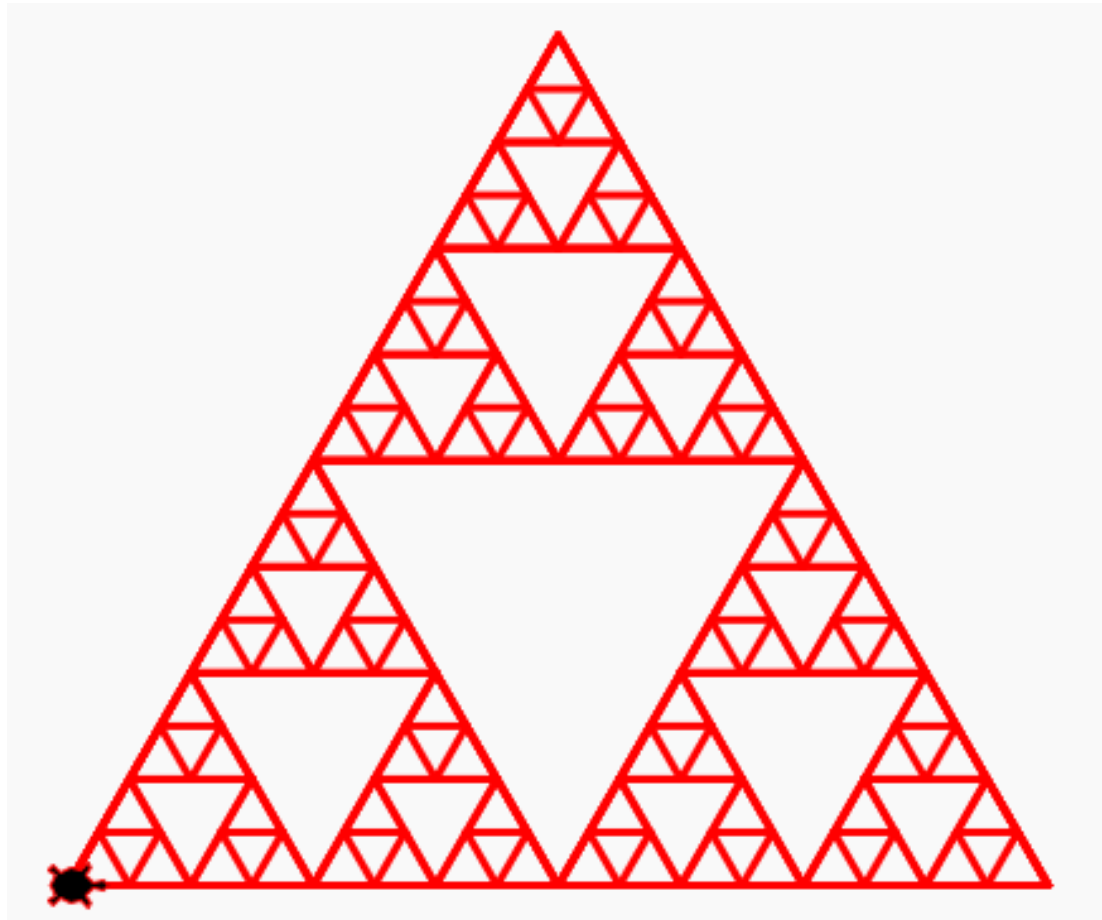


# Рекурсивная функция для рекурсивных объектов

Рекурсивная процедура (функция) — это процедура (функция), которая вызывает сама себя напрямую или через другие процедуры (функции)

Рекурсивные процедуры используются для получения фракталов – рекурсивных объектов, обладающих самоподобием

# Треугольник Серпинского - от описания к программе



```
def serp (a):  
  
    serp(a/2)  
    t.forward (a)  
    t.left(120)  
    serp(a/2)  
    t.forward (a)  
    t.left(120)  
    serp(a/2)  
    t.forward (a)  
    t.left(120)
```



# Код для «Треугольника Серпинского»

```
def serp (a):  
    if a < 10: return  
    serp(a/2)  
    t.forward (a)  
    t.left(120)  
    serp(a/2)  
    t.forward (a)  
    t.left(120)  
    serp(a/2)  
    t.forward (a)  
    t.left(120)
```

`serp(200)` Вызов функции

Следите за отступами!

Описание функции

Коротко:

```
def serp (a):  
    if a < 10: return  
    for _ in range(3):  
        serp(a/2)  
        t.forward (a)  
        t.left(120)
```

`serp(200)` Вызов функции

# Начало программного кода (подготовка Черепашки)

```
import turtle # Включаем черепаший команды
t = turtle.Turtle()
# Создаём объект - Черепашку по имени t типа Черепаха
t.shape('turtle') # Черепашка t - установить форму('Черепаха')
t.speed(0) # Черепашка t - задать самую большую скорость
t.pencolor("red") # Черепашка t - возьми красное перо
t.penup() # Черепашка t - подними перо
t.setpos(-100,-100) # Черепашка t - перейди в точку с координатами (-100, -100)
t.pendown() # Черепашка t - опусти перо
t.pensize(3) # Черепашка t - возьми перо №3
```

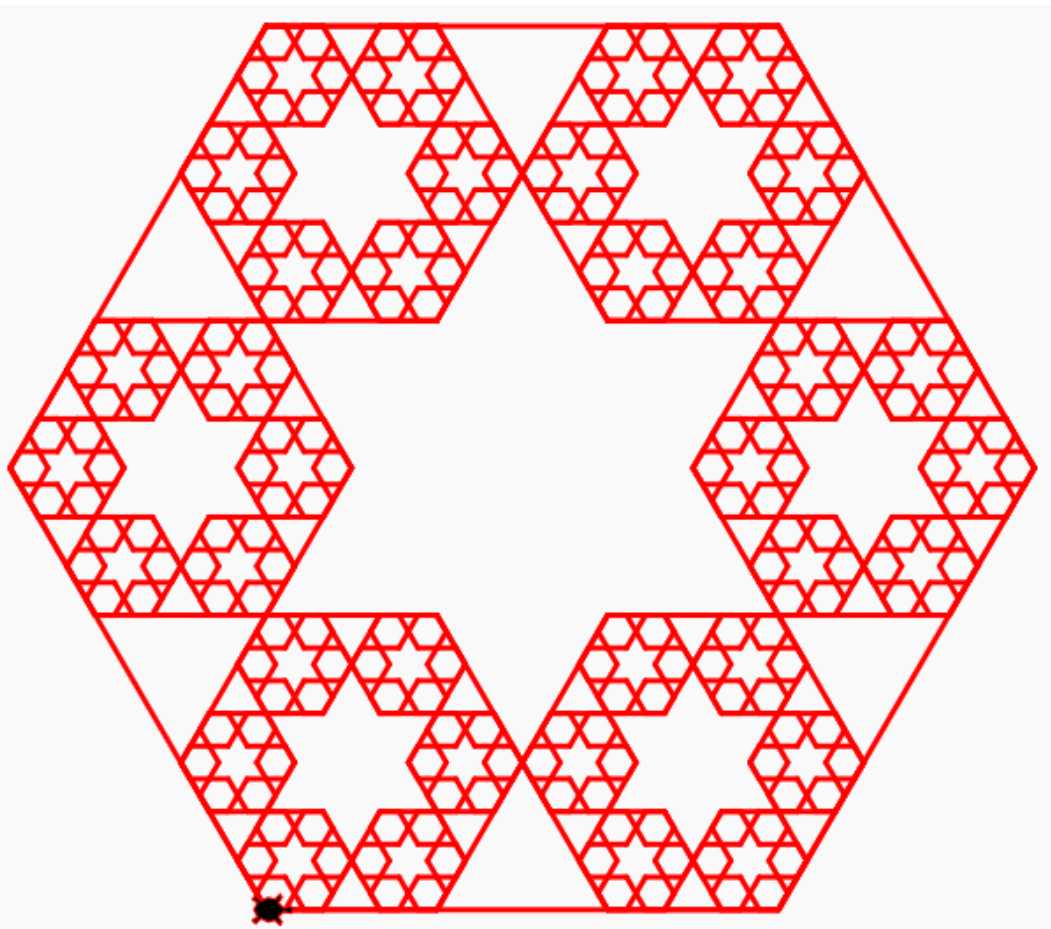
*Для простых проектов с одной Черепашкой можно запись сократить:*

```
from turtle import *
```

*объект не создавать и в дальнейшем имя Черепашки не указывать:*

```
shape('turtle')
speed(0)
pencolor("red")
```

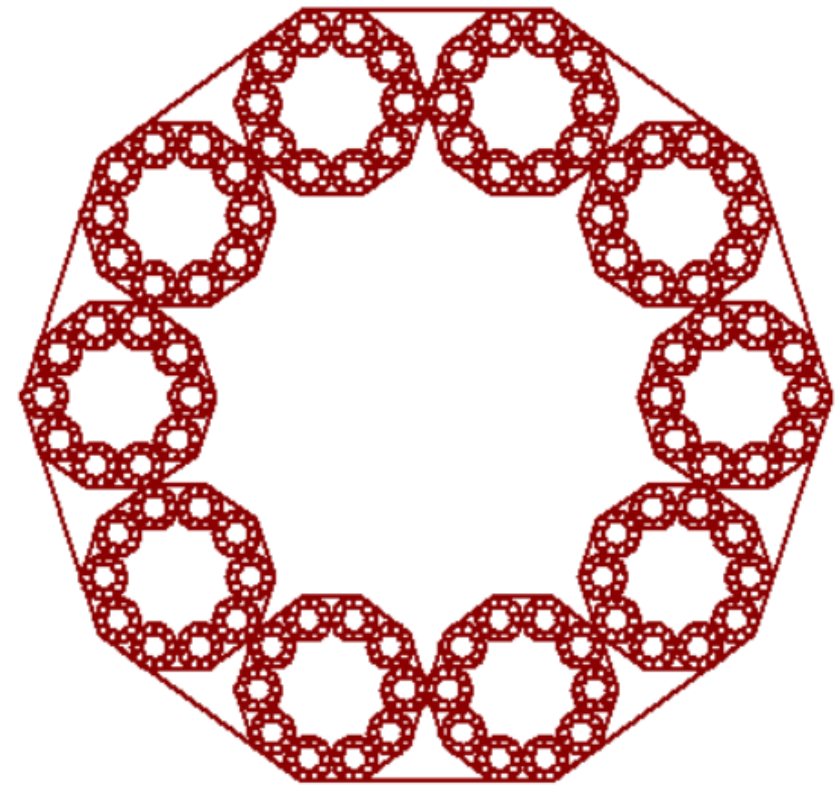
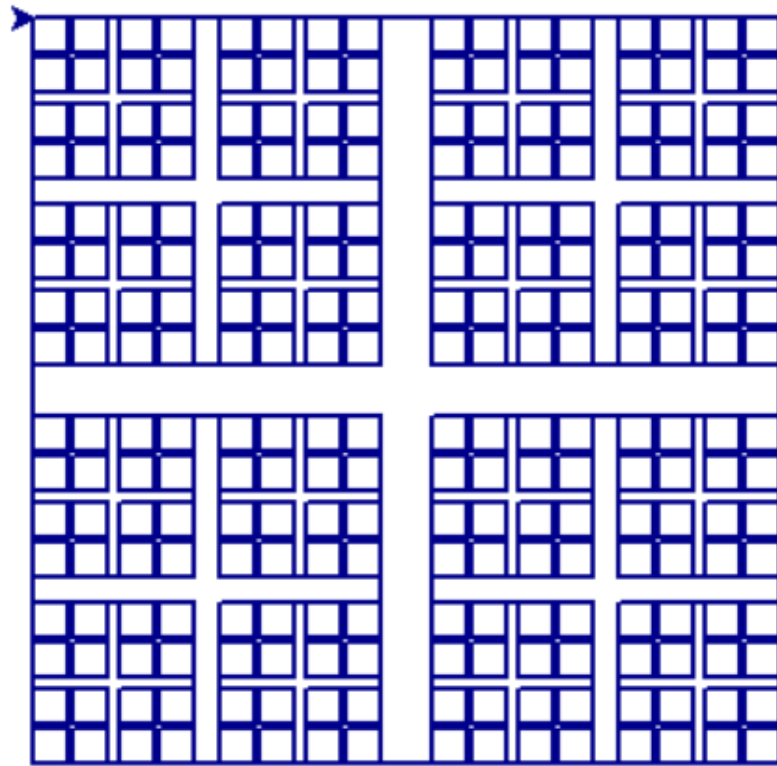
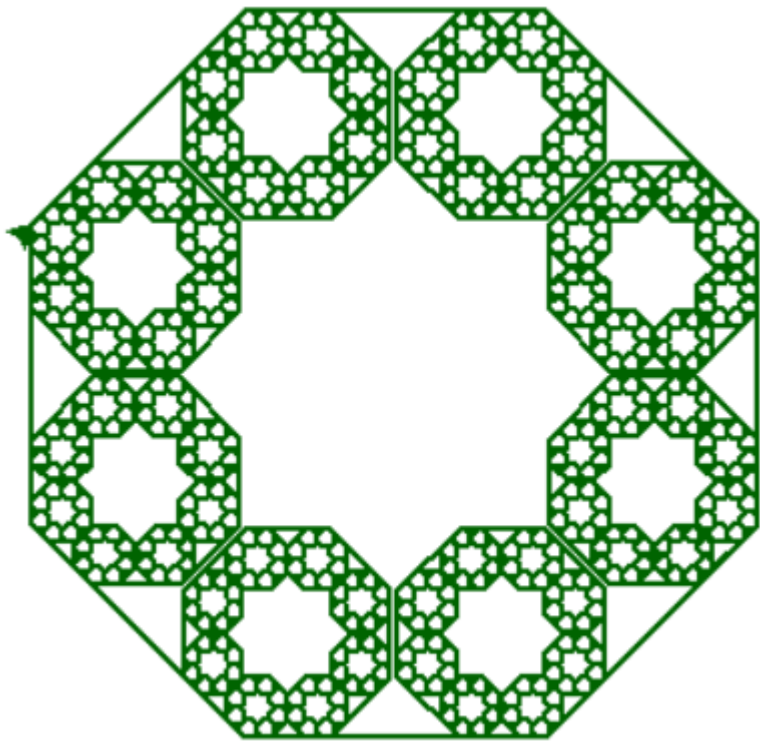
# 6-угольный фрактал



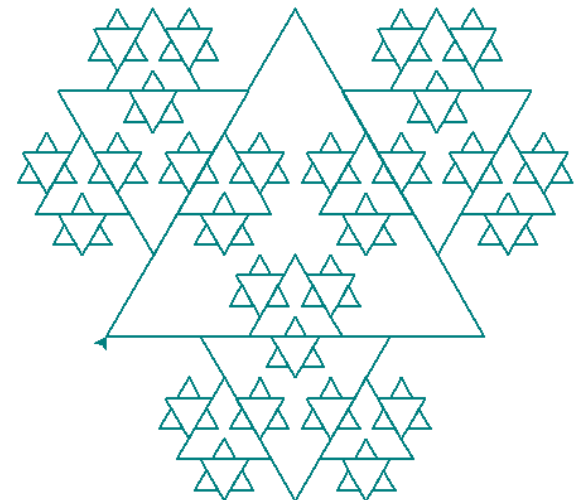
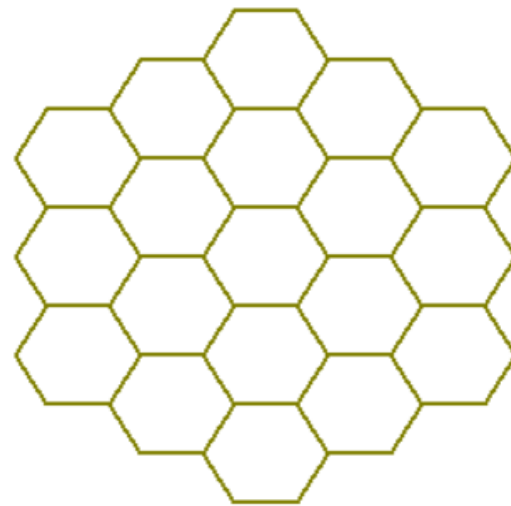
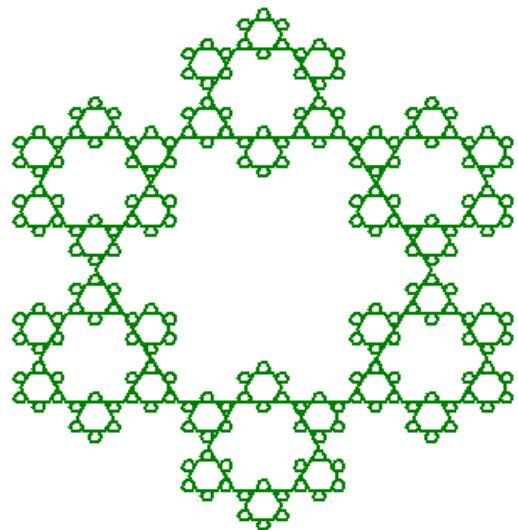
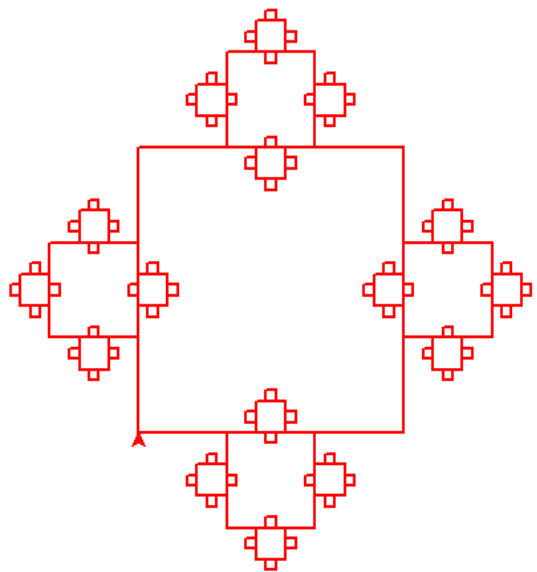
```
def hexa (a, n):  
    if a < 10: return  
    for _ in range (6):  
        hexa (a / 3)  
        t.forward (a)  
        t.left (60)
```



# Фрактальные узоры из многоугольников

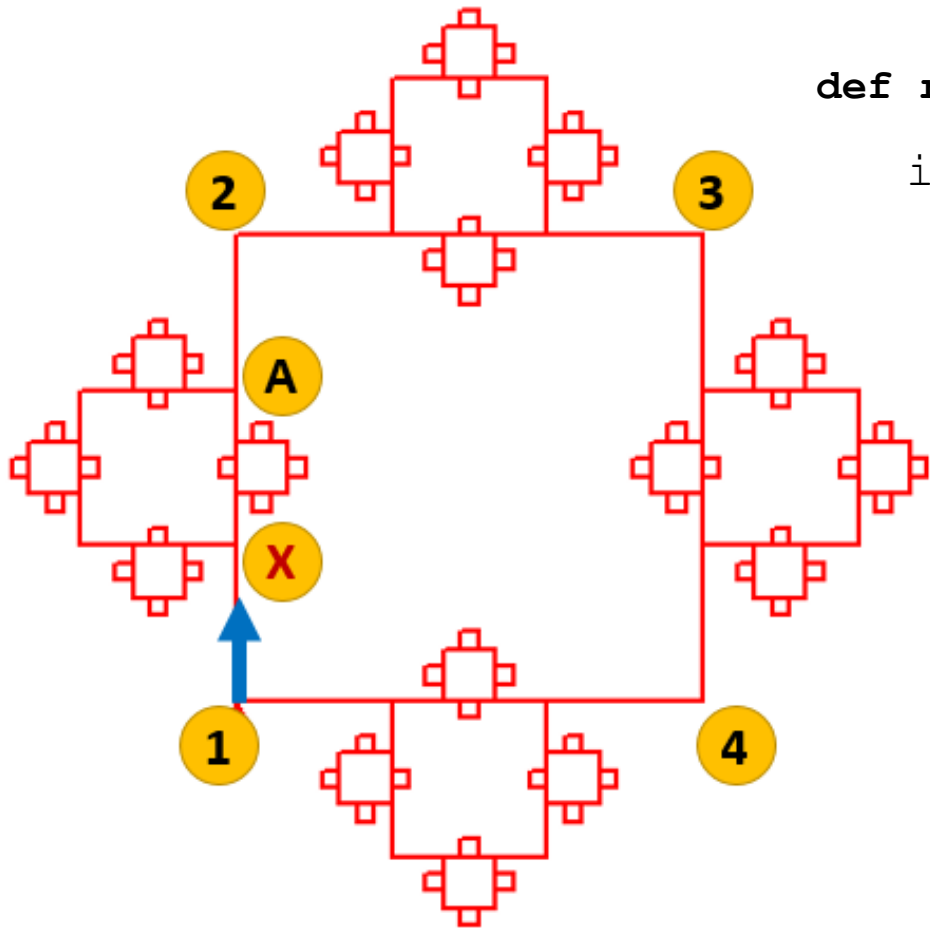


# Фрактальные узоры из многоугольников



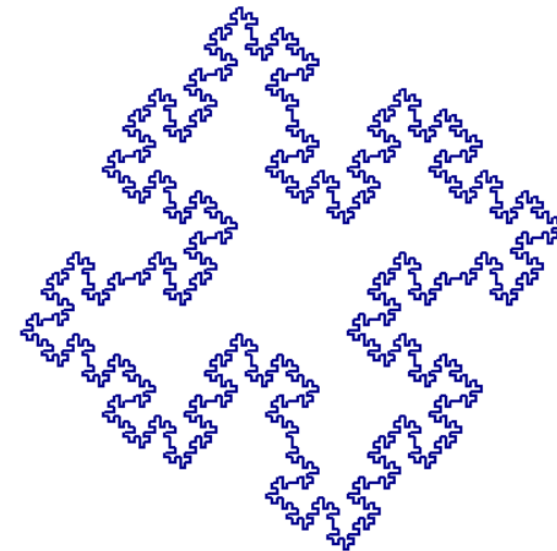
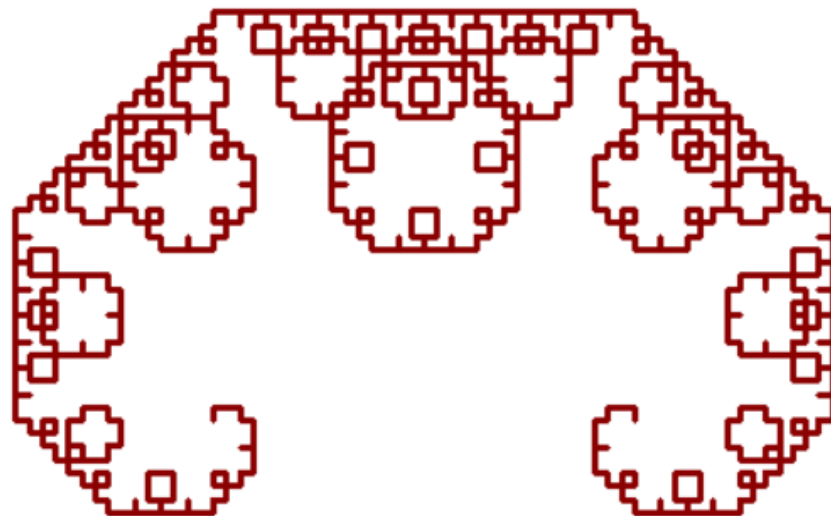
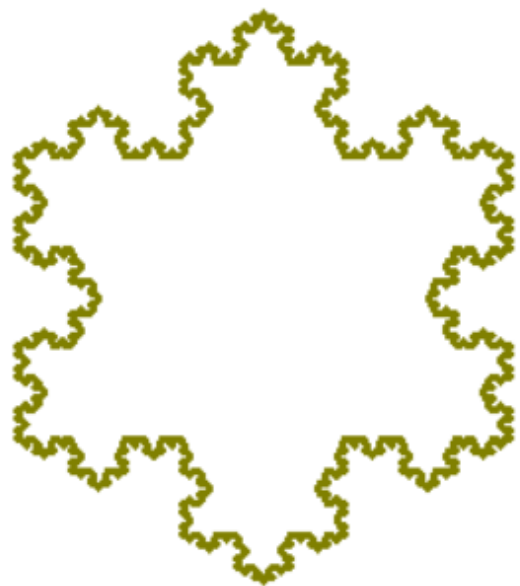
Что изменилось?

# Выбор точки рекурсивного вызова



```
def rec_square (a, n): # параметр n отвечает за глубину рекурсии
    if n > 0: # в противном случае завершаем работу
        for _ in range (4): # Черепашка обходит квадрат
            forward (a / 3 * 2) # подводим Черепашку к нужной вершине
            right (180) # и поворачиваем в нужном направлении
            rec_square( a / 3, n-1) # рекурсивный вызов
            right (180) # направляем Черепашку к следующей вершине
            forward (a / 3); right (90) # и перемещаем к этой вершине
```

# Фрактальные узоры из многоугольников

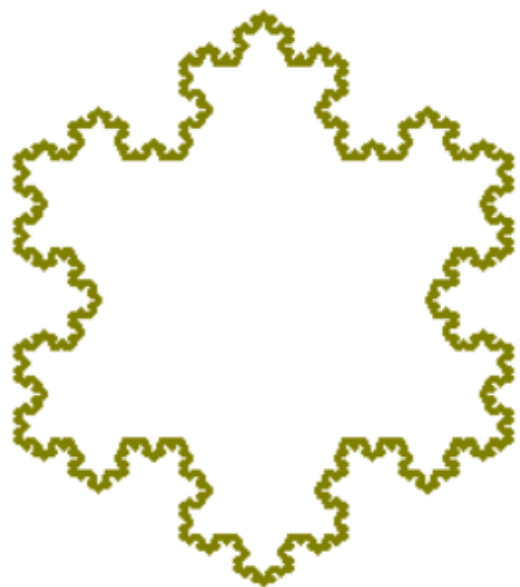


Как описать рисунок?





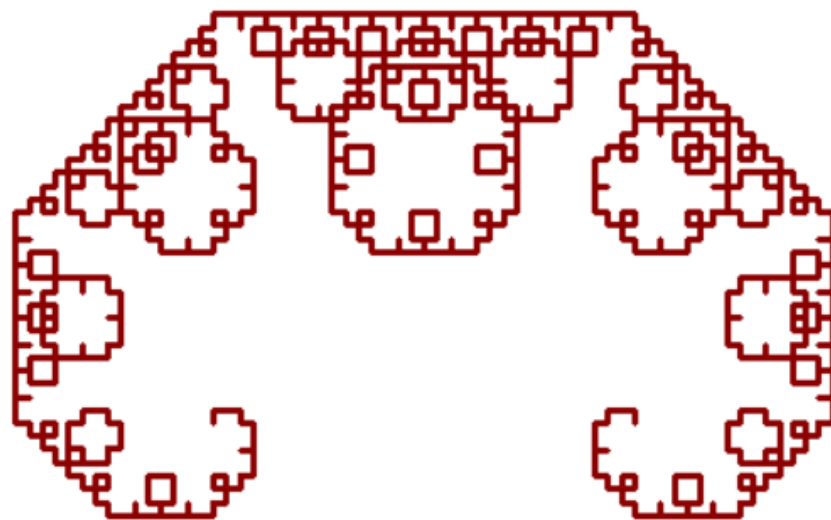
# Фрактальные узоры из многоугольников



Генератор



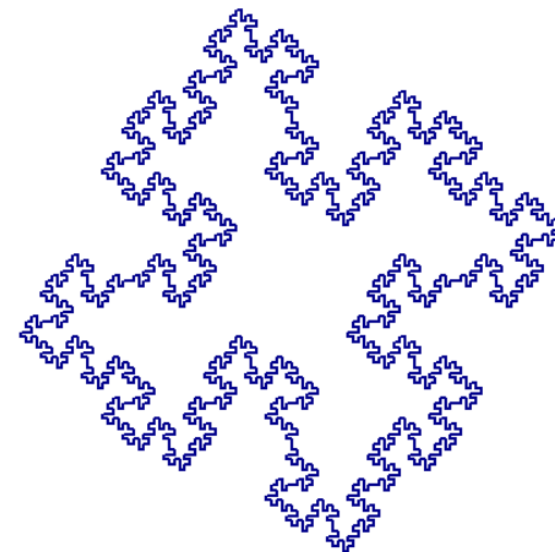
Инициатор



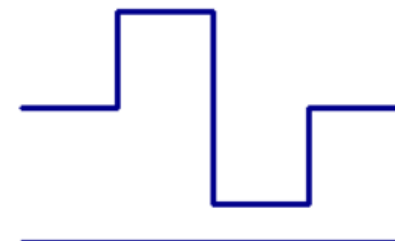
Генератор



Инициатор

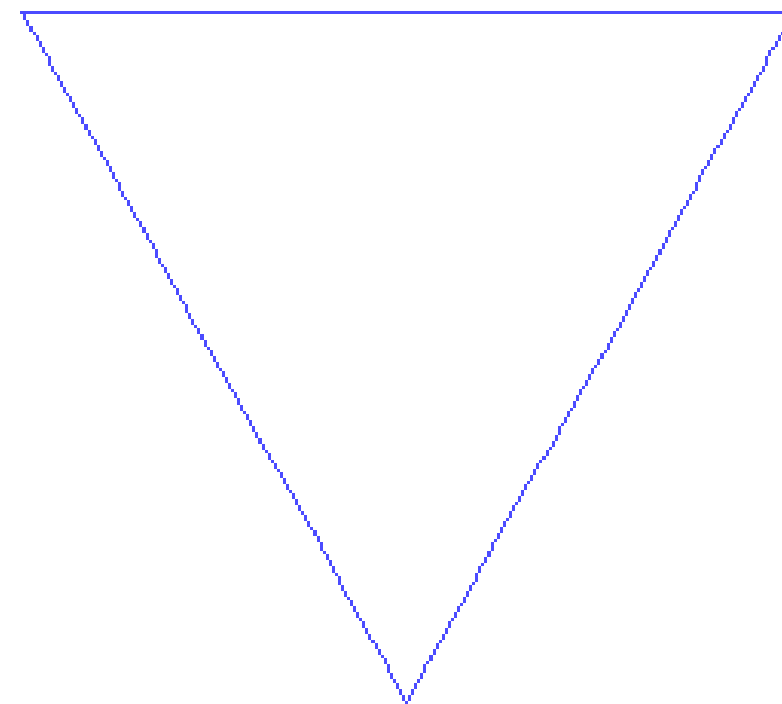
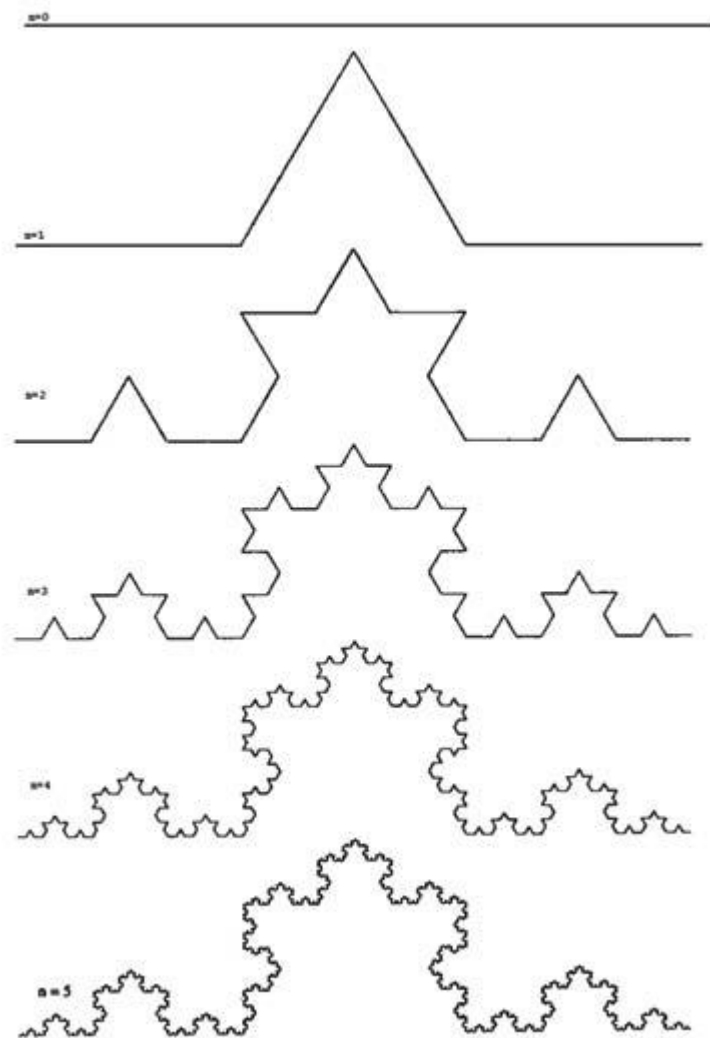


Генератор



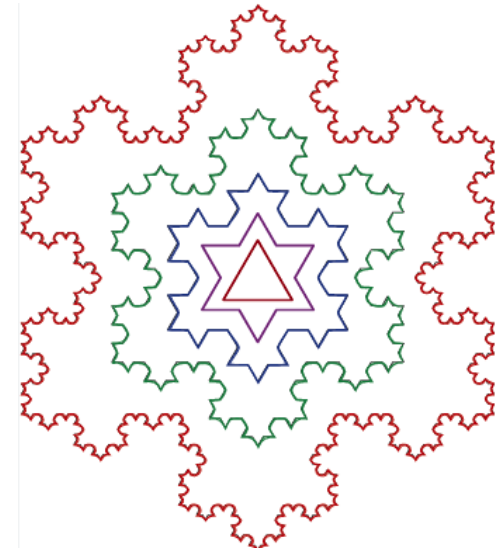
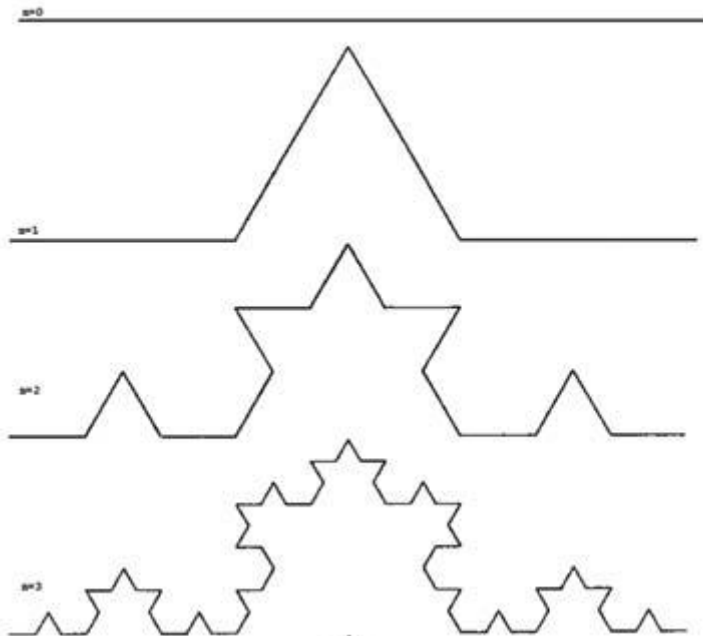
Инициатор

# Снежинка Коха



Анимация

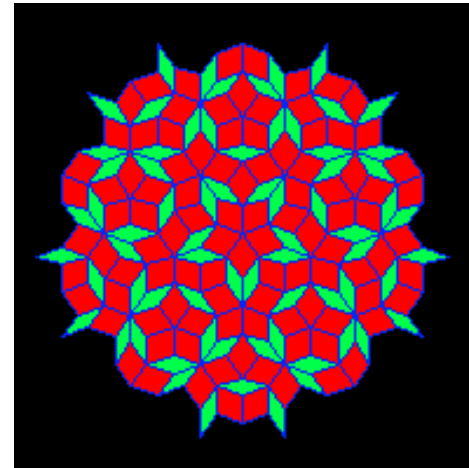
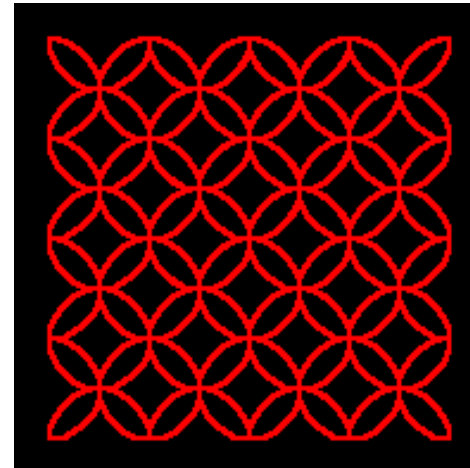
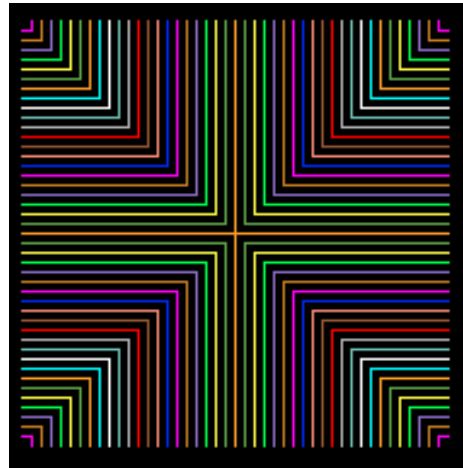
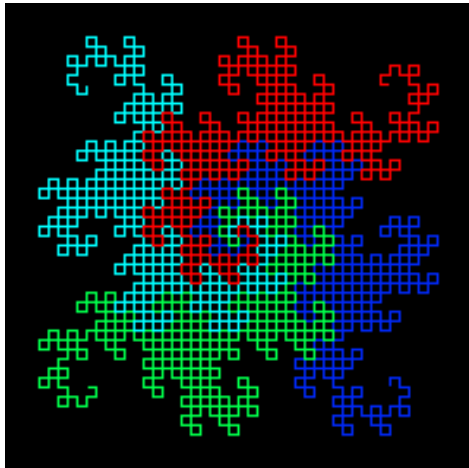
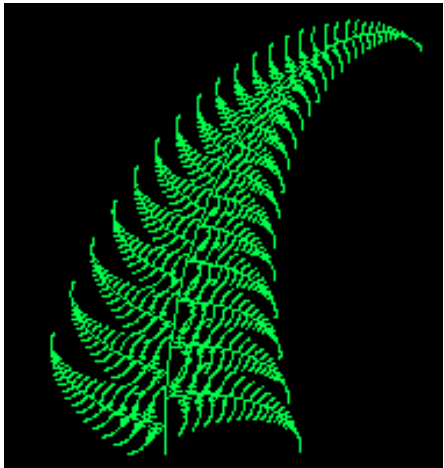
# Снежинка Коха



```
def koch(a, n):  
    if n == 0: forward(a); return  
    koch(a / 3, n - 1)  
    t.left(60);    koch(a / 3, n - 1)  
    t.right(120); koch(a / 3, n - 1)  
    t.left(60);   koch(a / 3, n - 1)  
koch(200, 4) # вызов функции с глубиной рекурсии n=4
```

# Галерея рекурсивной графики

[Ссылка на галерею](#)



Это место  
для вашей  
работы